

应用于图像的基于提升方法的双自适应小波变换

高广春 姚庆栋

(浙江大学信息与电子工程系, 杭州 310027)

摘要 由于小波具有良好的时频特性,对于平滑图像,利用固定尺寸的小波滤波器滤波可以获得良好的分解结果。然而对于具有较多突变点的图像而言,采用固定尺寸的小波滤波器进行滤波并不是一个理想的选择。基于Heijman等人提出的2维自适应更新提升格式,本文提出了一种双自适应的小波变换算法,在更新与预测过程均采用自适应算法。最后,对标准图像进行测试分析,实验结果表明该算法在图像精确重构不需要额外的附加信息,且可以提高图像的峰值信噪比(PSNR)。

关键词 提升格式 自适应小波变换 图像压缩

中图分类号: TN911.72 **文献标识码**: A **文章编号**: 1006-8961(2006)02-0169-06

Based on Lifting Scheme Double Adaptive Wavelet Transforms Applied on the Image

GAO Guang-chun, YAO Qing-dong

(Department of Information Science and Electronic Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

Abstract Because of the better temporal and frequency properties, the wavelet approximation with constant size filter can get better decomposition effects for the smooth image. However, standard wavelet approximation techniques cannot achieve similar results for images which are not smooth. The structures of wavelet transforms based on the adaptive lifting scheme with perfect reconstruction presented by Heijman et al., this paper proposed the double adaptive wavelet transform which adopts the adaptive transform in both the update and prediction processes. The transform can perform perfect reconstruction without any overhead cost. At last, the experiment results demonstrate that the algorithm not only allows perfect reconstruction without any overhead cost but also can improve the PSNR of the image.

Keywords lifting scheme, adaptive wavelet transform, image compression

1 引言

1995年, Swelden提出了一种不依赖于傅里叶变换的新的的小波构造方法——提升格式,称之为第二代小波变换^[1]。与第一代小波变换相比,第二代小波变换不但运算速度快和复杂度低,而且可完成同址计算。随着基于因式分解的提升格式算法的提出^[2]和采用提升小波变换的JPEG2000静态图像压缩标准的出现^[3],其必将受到研究者越来越广泛的注意。对于小波变换而言,固定的滤波器结构严重影响了变换后的结果,因而输入的突变信号不能得

到很好的处理。为了解决信号的突变问题,研究者们提出了基于提升格式的自适应小波变换^[4-8],它们的基本思想是调节小波变换使得信号在跳变点附近不产生大的小波系数。上述的基于提升格式的自适应小波变换或者采用自适应预测过程^[4-5]或者采用自适应更新过程^[6-8],因此本文提出了基于提升格式的双自适应小波变换,即在更新和预测过程都采用自适应算法。

2 自适应小波变换的算法

提升格式包括分解/合并、预测和更新过程。一

收稿日期:2004-04-25; 改回日期:2005-04-30

第一作者简介:高广春(1971~),男,讲师。2004年于浙江大学获通信与信息系统专业博士学位。主要从事小波变换、图像编码和视频传输的研究。E-mail: gaoge@zuce.edu.cn

般提升格式采用先预测后更新结构。文献[4]、[5]研究证明适应于自适应小波变换的提升格式应采用图 1 所示的先更新后预测的结构。

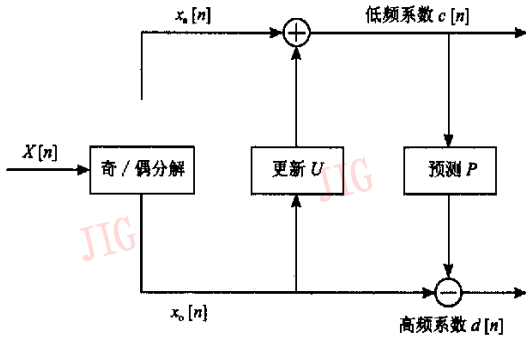


图 1 先更新后预测的提升方法

Fig. 1 The lifting scheme with update process first

目前大多数基于提升格式的自适应小波变换都采用此结构,此提升方法的具体步骤如下:

第 1 步 分解

令 $x[n]$ 为原信号,按照奇偶取样顺序,其分解成偶分量 $x_e[n]$ 和奇分量 $x_o[n]$,具体表示形式如下:

$$x_e[n] = x[2n] \tag{1}$$

$$x_o[n] = x[2n + 1] \tag{2}$$

第 2 步 更新

用奇分量来更新偶分量得到低频系数 $c[n]$,具体计算如下:

$$c[n] = x_e[n] + U(x_o[n]) \tag{3}$$

式中, U 为更新函数。

第 3 步 预测

用得到的低频系数来预测奇分量,求得高频系数 $d[n]$,具体计算如下:

$$d[n] = x_o[n] - P(c[n]) \tag{4}$$

式中, P 为更新函数。

基于提升方法的自适应小波变换就是根据信号情况来改变更新函数 U 和预测函数 P ,使得小波分解后的系数能更好地表示信号特性。

2.1 自适应更新

因为 Heijman 等人提出的自适应更新提升格式不需要额外的信息就可完成对图像的精确重构^[7,8],所以在本文自适应更新过程完全采用此算法,其具体算法介绍如下:

应用于 2 维信号的不可分离的自适应更新提升格式,其具体结构如图 2 所示^[7,8]。对于图像信号

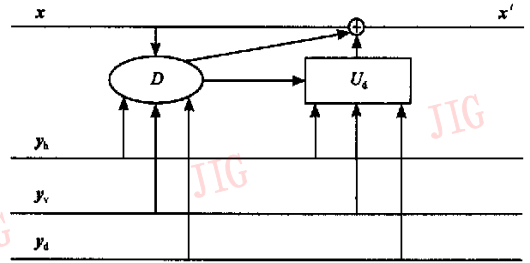


图 2 2 维自适应更新提升格式的结构

Fig. 2 2D adaptive update lifting scheme

取样形成的像素 x_0 ,通过如下的取样点安排可以得到 x, y_h, y_v, y_d 输入图像信号。

$$x(m, n) = x_0(2m, 2n) \tag{5}$$

$$y_h(m, n) = x_0(2m, 2n + 1) \tag{6}$$

$$y_v(m, n) = x_0(2m + 1, 2n) \tag{7}$$

$$y_d(m, n) = x_0(2m + 1, 2n + 1) \tag{8}$$

图 2 所示的提升格式小波变换的输出 x' 是低频系数。图 2 中描绘的是自适应更新提升结构。在自适应更新结构中, D 被称为判决函数,它的输入为 4 个频带系数值,输出为 $d_n \in \{0, 1\}$ 。

$$d_n = D(x, y_h, y_v, y_d)(n) \tag{9}$$

根据 d_n 值,用下述方程来选择具体的更新滤波器 U_d :

$$x'(n) = x(n) \oplus_{d_n} U_{d_n}(y_h, y_v, y_d)(n) \tag{10}$$

式中, \oplus_d 根据不同的 d 值而选取不同的加法操作。从方程式(10)可容易得到求解 $x(n)$ 的逆向方程。如果 $\alpha_d \neq 0$ 时,假设

$$x \oplus_d u = \alpha_d(x + u) \tag{11}$$

在自适应更新的情况下,为了精确重建,必须要知道具体位置 n 的 d_n 值。文献[7]、[8]中提出了仅依靠采样点 $x(m, n) = x_0(2m, 2n)$ 周围的一个 3×3 窗口的每点像素值来输出判决值 d_n 和更新滤波器 U_{d_n} 的方法。在采样点 $x(m, n)$ 周围的 8 点像素 $y_j(m, n), j=1, 2, \dots, 8$, 分别如图 3 所示。

更新滤波器具体形式如下:

$$U_d(y_h, y_v, y_d)(n) = \alpha_d^{-1} \sum_{j=1}^8 \beta_{d_n, j} y_j(n) \tag{12}$$

由方程式(10)~式(12)可得如下方程:

$$x'(n) = \alpha_{d_n} x(n) + \sum_{j=1}^8 \beta_{d_n, j} y_j(n) \tag{13}$$

根据上述方程,如果 d_n 值已知,那么依据 $x'(n)$ 和 $y_j(n)$,就可很容易地得到 $x(n)$ 的值,即像素值完全恢复。

$x_0(2m-1, 2n-1)$ $y_d(m-1, n-1)$ $y_6(m, n)$	$x_0(2m-1, 2n)$ $y_h(m-1, n)$ $y_2(m, n)$	$x_0(2m-1, 2n+1)$ $y_d(m-1, n)$ $y_5(m, n)$
$x_0(2m, 2n-1)$ $y_l(m, n-1)$ $y_3(m, n)$	$x_0(2m, 2n)$ $x(m, n)$	$x_0(2m, 2n+1)$ $y_r(m, n)$ $y_1(m, n)$
$x_0(2m+1, 2n-1)$ $y_d(m, n-1)$ $y_7(m, n)$	$x_0(2m+1, 2n)$ $y_h(m, n)$ $y_4(m, n)$	$x_0(2m+1, 2n+1)$ $y_d(m, n)$ $y_8(m, n)$

图3 中心点为 $x_0(2m, 2n)$ 的 3×3 窗口

Fig.3 Labeling of samples in 3×3 window centered at $x_0(2m, 2n)$

因此根据前面的推导,精确重构条件如下:

$$(1) \alpha_0 + \beta_{0,1} + \beta_{0,2} + \dots + \beta_{0,s} = \alpha_1 + \beta_{1,1} + \beta_{1,2} + \dots + \beta_{1,s} = 1 \quad (14)$$

(2) 当且仅当 $\gamma_0, \gamma_1 \in \mathbf{R}, 0 < |1 - \gamma_0 \sum_j \alpha_j| \leq |1 - \gamma_1 \sum_j \alpha_j|$ 成立。同时对每个 $d=0$ 或者 1, 要求 $\beta_d = \gamma_d \alpha$ 。

关于 2 维自适应更新的提升格式的详细算法请参考文献[7]、[8]。

2.2 自适应预测

在一般的 2 维静止图像中,相邻像素之间具有较强的相关性。在 2 维可分离的提升格式小波变换过程中,对像素点预测时,只考虑了其水平或垂直方向的相邻像素值,这样减弱了预测的准确性,特别是在跃变点将引起较大的误差。由于本文是针对图像 2 维不可分离的情况,所以可根据预测点周围像素点的值来提高预测过程的准确度。另外本算法采用了先更新后预测的提升格式,预测过程不影响更新过程,所以自适应的预测过程将进一步提高算法的准确性。下面将详细介绍本文在预测过程中采用的具体算法。

对于一幅图像,采用 2.1 节的自适应更新过程后,像素的低频系数和低频系数在图像中的位置如图 4 所示。根据图 4 中系数的位置,构造出 3 个滤波器,即 P_1 、 P_2 和 P_3 滤波器,分别用它们来预测高低频子带(HL)、低高频子带(LH)和高高频子带(HH)小波系数。 P_1 、 P_2 和 P_3 滤波器具体结构如图 5 所示。

对图 5 所示的 P_1 、 P_2 和 P_3 滤波器中用来预测的点以 1, 2, 3, ..., 8 来标识,而预测点用 X 来标记,那么 P_1 、 P_2 和 P_3 滤波器可转化为图 6 所示的形式。

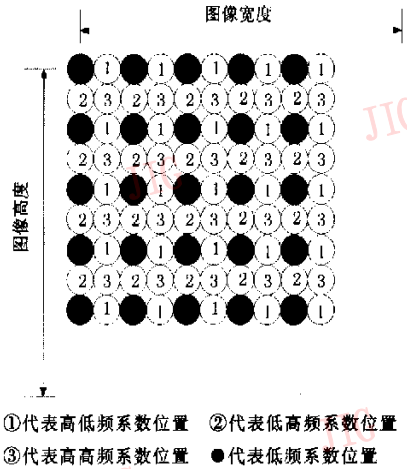


图4 自适应更新后图像数据的分布图

Fig.4 Image pixel distribution after the adaptive update

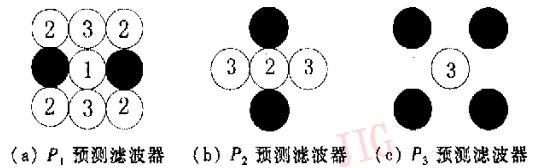


图5 P_1, P_2, P_3 预测滤波器

Fig.5 P_1, P_2, P_3 prediction filter

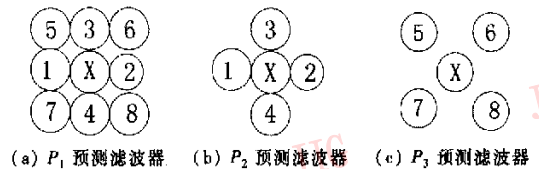


图6 P_1, P_2, P_3 预测滤波器

Fig.6 P_1, P_2, P_3 prediction filter

如果在这 3 个滤波器中,用 a_i 来表示点 i 位置上像素 X_i 的加权值,用 \hat{X} 来表示 X 线性预测值,那么此 3 个滤波器的线性预测公式如下:

P_1 滤波器的线性预测公式为

$$\hat{X} = a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3 + a_4 X_4 + a_5 X_5 + a_6 X_6 + a_7 X_7 + a_8 X_8 \quad (15)$$

P_2 滤波器的线性预测公式为

$$\hat{X} = a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3 + a_4 X_4 \quad (16)$$

P_3 滤波器的线性预测公式为

$$\hat{X} = a_5 X_5 + a_6 X_6 + a_7 X_7 + a_8 X_8 \quad (17)$$

通过上述公式可知,滤波器构造的关键问题是如何求用来预测的系数的加权值。因为根据最小均

方误差 (MMSE) 准则, 可以得到最佳的线性预测值, 从而可以求出各个系数的加权值。根据文献 [9], 对 P_1 滤波器可以推出如下的方程:

$$E\{[X - (a_1X_1 + a_2X_2 + a_3X_3 + \dots + a_8X_8)]X_i\} = 0 \quad (18)$$

从而求出系数 a_i 的值。按照相同的方法, 可以得到 P_2 和 P_3 滤波器在最佳线性预测时各个系数的加权值。

对于一幅图像来说, 其存在不同的特性区域, 如平滑区域和突变区域等, 所以很难用平稳性随机场模型来表示, 而非平稳性随机场模型表示会更好一些。非平稳图像信源可以看成由很多的平稳子信源构成, 而上述根据最小均方误差准则 (MMSE) 求得的最优系数是对图像的许多平稳子信源的混合统计得到的结果。文献 [9] 证明了一个信源复合模型的熵小于混合模型的熵, 这也就是本文采用自适应方法的理论基础。依据预测点 X 水平和垂直相邻像素之间的差值, 本算法简单地将图像划分为平滑区域和非平滑区域, 对于这两个区域内的像素采用不同的预测方法, 以便使预测更为准确, 即使高频系数以最大概率等于零, 或者接近于零值。本文提出的自适应预测滤波的算法, 对于不同的滤波器 (P_1 、 P_2 和 P_3) 有不同的自适应准则, 其具体操作如下:

(1) 对于图 6(a) 中所示的 P_1 滤波器, 依据下述规则来判断预测点 X 是属于平滑区域还是非平滑区域。如果预测点水平和垂直相邻像素之间的差值都大于 5, 那么点 X 属于非平滑区域, 否则其属于平滑区域。无论预测点属于平滑区域还是非平滑区域, 像素点的加权值都根据最小均方误差准则来获得。

(2) 对于 P_2 和 P_3 滤波器, 因只根据预测点周围的 4 个相邻像素点的值进行预测操作, 所以本算法根据最小梯度方向来确定预测过程所选用的系数。 P_2 和 P_3 滤波器预测过程如下:

P_2 滤波器:

$$\begin{aligned} &\text{if}(\text{fabs}(X_1 - X_2) < \text{fabs}(X_3 - X_4)) \\ &\quad \text{then } X = X - (X_1 + X_2)/2; \\ &\text{else } X = X - (X_3 + X_4)/2 \end{aligned} \quad (19)$$

P_3 滤波器:

$$\begin{aligned} &\text{if}(\text{fabs}(X_5 - X_8) < \text{fabs}(X_6 - X_7)) \\ &\quad \text{then } X = X - (X_5 + X_8)/2; \\ &\text{else } X = X - (X_6 + X_7)/2 \end{aligned} \quad (20)$$

为了保证预测过程可逆, 在前向预测过程先完

成 P_1 滤波器滤波, 然后是 P_2 滤波器滤波, 最后为 P_3 滤波器滤波。在逆向预测过程, 滤波器完成的顺序是前向预测过程滤波器完成的顺序的逆过程。

3 实验结果

文献 [7]、[8] 给出的自适应更新提升格式小波变换的更新和预测过程如下:

(1) 自适应更新过程 算法如前所述, 为了精确重构, 本文所选取的系数如下:

$$\begin{cases} \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 1 \\ \alpha_5 = \alpha_6 = \alpha_7 = \alpha_8 = -1/2 \\ \gamma_0 = 1/4 \\ \gamma_1 = 0 \end{cases} \quad (21)$$

(2) 预测过程 高频系数 y'_h, y'_v, y'_d 的预测滤波器的具体形式分别如下:

$$\begin{cases} y'_h(n) = y_h(n) - x'(n) \\ y'_v(n) = y_v(n) - x'(n) \\ y'_d(n) = y_d(n) - x'(n) - y'_v(n) - y'_h(n) \end{cases} \quad (22)$$

本文提出的算法中自适应更新过程与文献 [7]、[8] 给出的具体算法相同, 而不同的是预测过程。在预测过程中, 本文提出了最佳预测和自适应预测两种方法, 下面分别详述这两种滤波器。

(1) 最佳预测滤波器 为了求得最佳线性预测时各个系数的权值, 以 Lena (512 × 512 × 8)、peppers (512 × 512 × 8)、mandrill (512 × 512 × 8)、goldhill (512 × 512 × 8) 和 boat (512 × 512 × 8) 作为测试图像 [10], 根据最小均方误差准则, 求出每幅图像对应的 P_1 、 P_2 和 P_3 滤波器系数的加权值, 然后对所有的 P_1 、 P_2 和 P_3 滤波器系数的加权值进行统计平均, 这样就得到了各个滤波器系数的具体加权值, 其结果如表 1 所示。

表 1 P_1 、 P_2 和 P_3 预测滤波器的系数加权值

Tab.1 Coefficient value of P_1 、 P_2 and P_3 prediction filters

	P_1 滤波器	P_2 滤波器	P_3 滤波器
	$a_1 = a_2 = 12/32$	$a_1 = a_2 = 8/32$	$a_5 = a_8 = 9/32$
系数的	$a_3 = a_4 = 11/32$	$a_3 = a_4 = 8/32$	$a_6 = a_7 = 7/32$
加权值	$a_5 = a_8 = -3/32$		
	$a_6 = a_7 = -4/32$		

(2) 自适应预测滤波器 对于 P_1 滤波器, 以预测值水平和垂直相邻像素之间的差值作为判别准

则,本算法选择像素之间的差值大小为 5。如果水平或垂直相邻两像素之间差值小于等于 5 时,可以认为此时图像的数据区间为平滑区域,否则为非平滑区域。以上述测试图像为例,在求属于此平滑区域的滤波器系数的加权值时,发现在这种情况下,很难统计出适合不同图像的滤波器系数加权值,但它们又一个共性,既每个图像统计出来的加权系数中,水平或垂直都比其他系数大很多,所以在本算法中只用和预测值相关性最强的水平或垂直的相邻两像素进行预测。当预测点处于非平滑区域时,依据最小均方误差统计出来的 P_1 滤波器系数的加权值如表 2 所示。

表 2 P_1 预测滤波器的系数加权值
Tab.2 Coefficient value of P_1 prediction filter

P_1 滤波器系数
$a_1 = a_2 = 13/32$
$a_3 = a_4 = 13/32$
$a_5 = a_6 = -5/32$
$a_7 = a_8 = -5/32$

为了研究本文提出的最佳预测和自适应预测两种提升格式小波变换的性能,以前面提到的测试图像和 barb(512 × 512 × 8)、Zelda(512 × 512 × 8)为例^[9],对小波变换(一层分解)后的高频系数能量进行了统计,并与文献[7]、[8]给出的自适应更新提升格式小波变换进行了对比研究,其结果如表 3 所示。

表 3 不同图像不同小波变换后得到的高频系数能量
Tab.3 High frequency energy of different images using different wavelet transforms

图像(512 × 512 × 8)	自适应更新 ^[7,8]	最优预测	双自适应提升格式
Lena	20 051 559	7 317 245	7 047 151
peppers	24 769 010	9 743 168	9 520 326
mandrill	135 513 767	64 895 517	84 845 815
gildhill	23 013 817	10 155 354	11 558 696
boat	25 661 234	10 888 808	10 294 899
Zelda	7 528 399	2 904 799	2 946 349
barb	75 930 407	39 181 701	37 401 671

能量计算公式如下:

$$E = \sum_i \sum_j p_{i,j}^2 \quad (23)$$

式中, E 表示能量值, $p_{i,j}$ 表示点 (i, j) 处像素值。为了进一步评估本算法的优劣,对上述采用不同小波变换得到的一层分解图,首先舍去小波变换后的高频系数,然后进行图像重构,得到的峰值信噪比(PSNR)如表 4 所示。

表 4 不同图像不同小波变换方法得到的峰值信噪比
Tab.4 PSNR of different images using different wavelet transforms

图像(512 × 512 × 8)	自适应更新 ^[7,8]	最优预测	双自适应提升格式
Lena	27.770	31.777	32.452
peppers	26.857	31.076	31.518
mandrill	20.170	22.728	22.515
gildhill	27.211	30.249	30.375
boat	26.098	29.664	30.383
Zelda	32.130	35.518	36.064
barb	22.197	24.813	24.656

峰值信噪比的计算公式如下:

$$PSNR = 10 \log_{10} (255 \times 255 / MSE) \quad (24)$$

$$MSE = \frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N [f(x,y) - \hat{f}(x,y)]^2 \quad (25)$$

通过观察表 3 中的高频系数能量值和表 4 中的峰值信噪比,可知本文提出的算法具有更好的减小高频系数的能力,适合于图像的分级压缩,可提高图像的峰值信噪比(PSNR)。因考虑了图像不同区域的特性,双自适应提升格式小波变换较最优预测的方法在性能上有进一步提高。mandrill 和 barb 图中由于含有更多的细节信息,使得本文中粗略划分两个区域的双自适应算法得到的峰值信噪比略低于最优预测算法得到的峰值信噪比。对于一幅图像信源而言,不同平稳信源区域的划分,对双自适应提升格式小波变换的性能至关重要。

采用本文提出的双自适应算法,可分别得到 Lena 的一层分解和重构图(图 7,图 8),可见本算法不需要其他的额外附加信息就可完成重构,这也是本算法的一个优点。



图 7 Lena 的一层分解(双自适应)

Fig.7 One level decomposition of the Lena(double adaptive)



图 8 Lena 的一层重构(双自适应)

Fig.8 One level reconstruction of the Lena(double adaptive)

4 结 论

本文根据图像的统计信息,构造出了提升格式小波变换预测过程中最优预测和自适应预测两种滤

波器。与文献[7]、[8]给出的自适应更新小波变换相比,本文提出的双自适应提升格式小波变换具有较好的图像分析结果。因其可以降低小波变换后的高频系数能量值,提高图像的峰值信噪比,所以更适合图像压缩领域的应用。

参考文献(References)

- 1 Sweldens W. The lifting scheme: A new philosophy in biorthogonal wavelet constructions [A]. In: Proceedings of SPIE Wavelet Applications in Signal and Image Processing III[C], San Diego, CA, USA, 1995, 2569:68 ~ 79.
- 2 Daubechies I, Sweldens W. Factoring wavelet transforms into lifting steps[J]. Journal of Fourier Analysis and Application, 1998, 4(3): 245 ~ 267.
- 3 ISO/IEC International Standard 15444-1, Information Technology—JPEG2000 Image Coding System[S].
- 4 Claypoole R L, Baraniuk R, Nowak R. Adaptive Wavelet Transforms via Lifting [R]. Technical Report 9304, Houston, Texas: Department of Electrical and Computer Engineering, Rice University, 1999.
- 5 Claypoole R L, Davis G, Sweldens W, et al. Nonlinear wavelet transforms for image coding[A]. In: Proceedings of the 31st IEEE Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers [C], Pacific Grove, California, USA, 1997:662 ~ 667.
- 6 Piella G, Heijmans H J A M. Adaptive Lifting Schemes with Perfect Reconstruction[R]. PNA-R0104, Amsterdam, Netherlands: Centre for Mathematics and Computer Science(CWI), 2001.
- 7 Heijmans H J A M, Pesquet-Popescu B, Piella G. Building Nonredundant Adaptive Wavelets by Update Lifting [R]. PNA-R0212, Amsterdam, Netherlands: Centre for Mathematics and Computer Science(CWI), 2002.
- 8 Heijmans H J A M, Piella G, Pesquet-Popescu B. Building adaptive 2D wavelet decompositions by update lifting[A]. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Image Processing(ICIP 2002) [C], Rochester, USA, 2002: 397 ~ 400.
- 9 Yao Qing-dong, Bi Hou-jie. Image Coding Foundation [M]. Zhejiang: Zhejiang University Publishing Company, 1993. [姚庆栋, 毕厚杰. 图像编码基础[M]. 浙江:浙江大学出版社, 1993.]
- 10 Kominek John. Waterloo BragZone [EB/OL]. <http://links.uwaterloo.ca/bragzone.base.html>, 2003-08-01.